Juda katta hajmdagi va muhim mavzular ro'yxatini taqdim etibsiz! Bular ehtimollar nazariyasi va matematik statistikaning asosiy tushunchalaridir. Har biriga aniq formulalar bilan javob berishga harakat qilaman. Bu javob ancha uzun bo'lishini hisobga oling.

**Muhim eslatma:** Ba'zi formulalar turli manbalarda biroz farqli ko'rinishda yozilishi mumkin, ammo mohiyati bir xil bo'ladi. Shuningdek, ayrim mavzular (masalan, 6 va 7) takrorlangan, ularni bir marta ko'rib chiqaman.

**<div class="accordion-content-inner">**

**<p>Формулы Муавра-Лапласа используются для нахождения вероятности того, что в <strong>n</strong> независимых испытаниях Бернулли событие произойдет ровно <strong>k</strong> раз, особенно когда <strong>n</strong> велико.</p>**

**<h5>Локальная теорема Муавра-Лапласа</h5>**

**<p>Применяется, когда <strong>n</strong> велико, вероятность <strong>p</strong> постоянна и не слишком близка к 0 или 1 (обычно npq > 9).</p>**

**<pre class="formula">Pₙ(k) ≈ (1 / √(npq)) \* φ(x)</pre>**

**<p>Где:</p>**

**<ul>**

**<li><strong>Pₙ(k)</strong> – вероятность того, что событие произойдет ровно <strong>k</strong> раз в <strong>n</strong> испытаниях.</li>**

**<li><strong>n</strong> – общее число испытаний.</li>**

**<li><strong>k</strong> – число наступлений события.</li>**

**<li><strong>p</strong> – вероятность наступления события в одном испытании.</li>**

**<li><strong>q</strong> = 1 - p – вероятность ненаступления события в одном испытании.</li>**

**<li><strong>x</strong> = (k - np) / √(npq) – нормированное отклонение.</li>**

**<li><strong>φ(x)</strong> = (1 / √(2π)) \* e<sup>-x²/2</sup> – функция плотности стандартного нормального распределения (функция Гаусса). Значения этой функции обычно берутся из таблиц.</li>**

**</ul>**

**<h5>Интегральная теорема Муавра-Лапласа</h5>**

**<p>Используется для нахождения вероятности того, что число наступлений события <strong>k</strong> будет находиться в интервале от <strong>k₁</strong> до <strong>k₂</strong> (включительно), при тех же условиях, что и для локальной теоремы.</p>**

**<pre class="formula">Pₙ(k₁ ≤ k ≤ k₂) ≈ Φ(x₂) - Φ(x₁)</pre>**

**<p>Где:</p>**

**<ul>**

**<li><strong>Pₙ(k₁ ≤ k ≤ k₂)</strong> – вероятность того, что число успехов будет не менее k₁ и не более k₂.</li>**

**<li><strong>x₁</strong> = (k₁ - np) / √(npq)</li>**

**<li><strong>x₂</strong> = (k₂ - np) / √(npq)</li>**

**<li><strong>Φ(x)</strong> = (1 / √(2π)) \* ∫<sub>-∞</sub><sup>x</sup> e<sup>-t²/2</sup> dt – функция Лапласа (функция стандартного нормального распределения). Её значения также берутся из таблиц.</li>**

**<li>Часто используется нормированная функция Лапласа <strong>Φ₀(x)</strong> = Φ(x) - 0.5, где Φ₀(x) = (1 / √(2π)) \* ∫<sub>0</sub><sup>x</sup> e<sup>-t²/2</sup> dt.**

**В этом случае формула принимает вид:</li>**

**</ul>**

**<pre class="formula">Pₙ(k₁ ≤ k ≤ k₂) ≈ Φ₀(x₂) - Φ₀(x₁)</pre>**

**<p><em>Примечание: При использовании Φ₀(x), если аргумент отрицателен, используется свойство Φ₀(-x) = -Φ₀(x).</em></p>**

**</div>2. Binomial, Puasson, geometrik taqsimot.** (20-mavzu bilan bir xil)

* **Binomial taqsimot (Bernulli formulasi):**  
  n ta erkli sinashda hodisaning aynan k marta ro'y berish ehtimolligi.  
  P<sub>n</sub>(k) = C<sub>n</sub><sup>k</sup> \* p<sup>k</sup> \* q<sup>(n-k)</sup>  
  Bu yerda C<sub>n</sub><sup>k</sup> = n! / (k! \* (n-k)!) – binominal koeffitsiyent.
  + Matematik kutilma: M(X) = E(X) = np
  + Dispersiya: D(X) = Var(X) = npq
* **Puasson taqsimoti:**  
  Vaqt yoki fazoning ma'lum bir intervalida kam uchraydigan hodisalarning ro'y berish soni uchun taqsimot (n katta, p kichik, λ = np o'zgarmas).  
  P<sub>m</sub>(k) = (λ<sup>k</sup> / k!) \* e<sup>-λ</sup>  
  Bu yerda λ – hodisaning o'rtacha ro'y berish soni (intensivlik).
  + Matematik kutilma: M(X) = λ
  + Dispersiya: D(X) = λ
* **Geometrik taqsimot:**  
  Erkli Bernulli sinashlarida birinchi muvaffaqiyatli hodisa ro'y berguncha bo'lgan sinashlar soni (k) uchun taqsimot.  
  P(X=k) = (1-p)<sup>(k-1)</sup> \* p = q<sup>(k-1)</sup> \* p  
  Bu yerda k = 1, 2, 3, ...
  + Matematik kutilma: M(X) = 1/p
  + Dispersiya: D(X) = q/p² = (1-p)/p²

**3. Diskret va uzluksiz turdagi tasodifiy vektorlar.** (18-mavzu bilan bir xil)  
Tasodifiy vektor – bir nechta tasodifiy miqdorlardan tashkil topgan vektor.

* **Diskret tasodifiy vektor (X, Y):**  
  Har bir komponentasi diskret tasodifiy miqdor. Taqsimot qonuni ehtimollar matritsasi bilan beriladi:  
  P(X=x<sub>i</sub>, Y=y<sub>j</sub>) = p<sub>ij</sub>, bu yerda Σ<sub>i</sub>Σ<sub>j</sub> p<sub>ij</sub> = 1.
  + Marginal taqsimotlar:  
    P(X=x<sub>i</sub>) = p<sub>i.</sub> = Σ<sub>j</sub> p<sub>ij</sub>  
    P(Y=y<sub>j</sub>) = p<sub>.j</sub> = Σ<sub>i</sub> p<sub>ij</sub>
  + Komponentalarning bog'liqsizligi sharti: p<sub>ij</sub> = p<sub>i.</sub> \* p<sub>.j</sub> barcha i, j uchun.
* **Uzluksiz tasodifiy vektor (X, Y):**  
  Birgalikdagi taqsimot funksiyasi F(x, y) = P(X < x, Y < y) bilan yoki birgalikdagi zichlik funksiyasi f(x, y) bilan tavsiflanadi.  
  f(x, y) = ∂²F(x, y) / (∂x∂y)  
  ∫<sub>-∞</sub><sup>∞</sup>∫<sub>-∞</sub><sup>∞</sup> f(x, y) dx dy = 1
  + Marginal zichlik funksiyalari:  
    f<sub>X</sub>(x) = ∫<sub>-∞</sub><sup>∞</sup> f(x, y) dy  
    f<sub>Y</sub>(y) = ∫<sub>-∞</sub><sup>∞</sup> f(x, y) dx
  + Komponentalarning bog'liqsizligi sharti: f(x, y) = f<sub>X</sub>(x) \* f<sub>Y</sub>(y) barcha x, y uchun.

**4. Tekis, ko‘rsatkichli va normal taqsimot qonunlari.** (21-mavzu bilan bir xil)

* **Tekis taqsimot (Uzluksiz):**  
  Tasodifiy miqdor [a, b] oraliqda bir xil ehtimollik bilan qiymatlar qabul qiladi.
  + Zichlik funksiyasi:  
    f(x) = 1 / (b-a), agar a ≤ x ≤ b  
    f(x) = 0, agar x < a yoki x > b
  + Taqsimot funksiyasi:  
    F(x) = 0, agar x < a  
    F(x) = (x-a) / (b-a), agar a ≤ x ≤ b  
    F(x) = 1, agar x > b
  + Matematik kutilma: M(X) = (a+b)/2
  + Dispersiya: D(X) = (b-a)²/12
* **Ko‘rsatkichli (Eksponensial) taqsimot:**  
  Hodisalar orasidagi kutish vaqti yoki biror qurilmaning xizmat qilish muddati uchun taqsimot.
  + Zichlik funksiyasi (λ > 0):  
    f(x) = λ \* e<sup>-λx</sup>, agar x ≥ 0  
    f(x) = 0, agar x < 0
  + Taqsimot funksiyasi:  
    F(x) = 1 - e<sup>-λx</sup>, agar x ≥ 0  
    F(x) = 0, agar x < 0
  + Matematik kutilma: M(X) = 1/λ
  + Dispersiya: D(X) = 1/λ²
* **Normal taqsimot (Gauss taqsimoti):**  
  Tabiatda va texnikada eng ko'p uchraydigan taqsimot. Parametrlari μ (matematik kutilma) va σ² (dispersiya).
  + Zichlik funksiyasi:  
    f(x) = (1 / (σ√(2π))) \* e<sup>(-(x-μ)² / (2σ²))</sup>
  + Taqsimot funksiyasi analitik ko'rinishda ifodalanmaydi, Laplas funksiyasi Φ(x) orqali hisoblanadi. Agar X ~ N(μ, σ²), u holda Z = (X-μ)/σ ~ N(0,1) (standart normal taqsimot).  
    P(X < x) = Φ((x-μ)/σ)
  + Matematik kutilma: M(X) = μ
  + Dispersiya: D(X) = σ²

**5. Kоrеllyatsiya kоeffitsеnti va uning xossalari.** (29-mavzu bilan qisman bog'liq)  
Ikki tasodifiy miqdor orasidagi chiziqli bog'liqlik darajasini va yo'nalishini o'lchaydi.

ρ<sub>XY</sub> = r<sub>XY</sub> = Cov(X,Y) / (σ<sub>X</sub> \* σ<sub>Y</sub>)  
Bu yerda:

* Cov(X,Y) = M[(X - M(X))(Y - M(Y))] = M(XY) - M(X)M(Y) – kovariatsiya
* σ<sub>X</sub> = √D(X) – X ning standart chetlanishi
* σ<sub>Y</sub> = √D(Y) – Y ning standart chetlanishi

Xossalari:

1. |ρ<sub>XY</sub>| ≤ 1 (ya'ni -1 ≤ ρ<sub>XY</sub> ≤ 1)
2. Agar X va Y bog'liqsiz bo'lsa, ρ<sub>XY</sub> = 0 (lekin aksincha har doim ham to'g'ri emas, ρ<sub>XY</sub> = 0 bo'lishi chiziqli bog'liqlik yo'qligini bildiradi, ammo boshqa turdagi bog'liqlik bo'lishi mumkin).
3. Agar Y = aX + b (a ≠ 0) chiziqli bog'liqlik bo'lsa, |ρ<sub>XY</sub>| = 1.
   * Agar a > 0 bo'lsa, ρ<sub>XY</sub> = 1 (to'g'ri chiziqli bog'liqlik).
   * Agar a < 0 bo'lsa, ρ<sub>XY</sub> = -1 (teskari chiziqli bog'liqlik).
4. ρ<sub>XX</sub> = 1.
5. ρ<sub>XY</sub> = ρ<sub>YX</sub>.

**6. Taqsimоt funksiyasi va sonli хaraktеristikalari.** (7-mavzu bilan bir xil)

* **Taqsimot funksiyasi (Integral taqsimot funksiyasi, CDF):**  
  F(x) = P(X < x) – tasodifiy miqdor X ning x dan kichik qiymat qabul qilish ehtimolligi.  
  Xossalari:
  1. 0 ≤ F(x) ≤ 1
  2. F(x) kamaymaydigan funksiya (x<sub>2</sub> > x<sub>1</sub> bo'lsa, F(x<sub>2</sub>) ≥ F(x<sub>1</sub>))
  3. lim <sub>x→-∞</sub> F(x) = 0
  4. lim <sub>x→+∞</sub> F(x) = 1
  5. P(a ≤ X < b) = F(b) - F(a)
  6. F(x) chapdan uzluksiz funksiya.
* **Sonli xarakteristikalar:**
  1. **Matematik kutilma (O'rtacha qiymat):** M(X) yoki E(X)
     + Diskret X uchun: M(X) = Σ x<sub>i</sub> \* p<sub>i</sub>
     + Uzluksiz X uchun: M(X) = ∫<sub>-∞</sub><sup>∞</sup> x \* f(x) dx
  2. **Dispersiya (Yoyilma o'lchovi):** D(X) yoki Var(X)  
     D(X) = M[(X - M(X))²]
     + Diskret X uchun: D(X) = Σ (x<sub>i</sub> - M(X))² \* p<sub>i</sub> = M(X²) - (M(X))²
     + Uzluksiz X uchun: D(X) = ∫<sub>-∞</sub><sup>∞</sup> (x - M(X))² \* f(x) dx = M(X²) - (M(X))²  
       (Bu yerda M(X²) = Σ x<sub>i</sub>² \* p<sub>i</sub> yoki M(X²) = ∫<sub>-∞</sub><sup>∞</sup> x² \* f(x) dx)
  3. **O‘rtacha kvadratik chetlanish (Standart chetlanish):** σ(X)  
     σ(X) = √D(X)
  4. **Moda (Mo):** Eng katta ehtimollik (diskret uchun) yoki zichlik funksiyasi maksimumga erishadigan qiymat (uzluksiz uchun).
  5. **Mediana (Me):** Taqsimotni teng ikkiga bo'luvchi qiymat: F(Me) = 0.5.
  6. **Momentlar:** (9-mavzuga qarang)

**8. Ikki o‘lchovli tekis va normal taqsimotlar.**

* **Ikki o‘lchovli tekis taqsimot:**  
  (X, Y) tasodifiy vektor D sohada (chegaralangan yassi figura) tekis taqsimlangan bo'lsa, uning birgalikdagi zichlik funksiyasi:  
  f(x,y) = 1 / S(D), agar (x,y) ∈ D  
  f(x,y) = 0, agar (x,y) ∉ D  
  Bu yerda S(D) – D sohaning yuzasi.
* **Ikki o‘lchovli normal taqsimot:**  
  Parametrlari: μ<sub>x</sub>, μ<sub>y</sub> (komponentalarning matematik kutilmalari), σ<sub>x</sub>², σ<sub>y</sub>² (komponentalarning dispersiyalari), ρ (komponentalar orasidagi korrelyatsiya koeffitsiyenti).  
  Zichlik funksiyasi ancha murakkab:  
  f(x,y) = [1 / (2πσ<sub>x</sub>σ<sub>y</sub>√(1-ρ²))] \* exp{-[1 / (2(1-ρ²))] \* [((x-μ<sub>x</sub>)/σ<sub>x</sub>)² - 2ρ((x-μ<sub>x</sub>)/σ<sub>x</sub>)((y-μ<sub>y</sub>)/σ<sub>y</sub>) + ((y-μ<sub>y</sub>)/σ<sub>y</sub>)²]}
  + Marginal taqsimotlar ham normal bo'ladi: X ~ N(μ<sub>x</sub>, σ<sub>x</sub>²), Y ~ N(μ<sub>y</sub>, σ<sub>y</sub>²)
  + Agar ρ = 0 bo'lsa, X va Y bog'liqsiz bo'ladi (bu normal taqsimotning muhim xususiyati).

**9. Boshlang‘ich va markazlashgan momentlar.**

* **k-tartibli boshlang‘ich moment (α<sub>k</sub>):**  
  α<sub>k</sub> = M(X<sup>k</sup>)
  + Diskret X uchun: α<sub>k</sub> = Σ x<sub>i</sub><sup>k</sup> \* p<sub>i</sub>
  + Uzluksiz X uchun: α<sub>k</sub> = ∫<sub>-∞</sub><sup>∞</sup> x<sup>k</sup> \* f(x) dx  
    α<sub>1</sub> = M(X) – matematik kutilma.
* **k-tartibli markazlashgan moment (μ<sub>k</sub>):**  
  μ<sub>k</sub> = M[(X - M(X))<sup>k</sup>]
  + Diskret X uchun: μ<sub>k</sub> = Σ (x<sub>i</sub> - M(X))<sup>k</sup> \* p<sub>i</sub>
  + Uzluksiz X uchun: μ<sub>k</sub> = ∫<sub>-∞</sub><sup>∞</sup> (x - M(X))<sup>k</sup> \* f(x) dx  
    μ<sub>1</sub> = 0  
    μ<sub>2</sub> = D(X) – dispersiya.

**10. Ko‘p o‘lchovli tasodifiy miqdorlar.**  
Bu umumiy tushuncha, n ta tasodifiy miqdor (X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub>, ..., X<sub>n</sub>) dan iborat vektor.

* Birgalikdagi taqsimot funksiyasi: F(x<sub>1</sub>, ..., x<sub>n</sub>) = P(X<sub>1</sub> < x<sub>1</sub>, ..., X<sub>n</sub> < x<sub>n</sub>)
* Uzluksiz holda birgalikdagi zichlik funksiyasi: f(x<sub>1</sub>, ..., x<sub>n</sub>)
* Matematik kutilmalar vektori: M = (M(X<sub>1</sub>), ..., M(X<sub>n</sub>))
* Kovariatsion matritsa (Σ): Elementlari σ<sub>ij</sub> = Cov(X<sub>i</sub>, X<sub>j</sub>). Diagonal elementlar dispersiyalar: σ<sub>ii</sub> = D(X<sub>i</sub>).  
  Σ = ||Cov(X<sub>i</sub>, X<sub>j</sub>)||

**11. Erkli sinashlarda hоdisaning ro‘y bеrish sоnini matematik kutilishi, dispеrsiyasi, O‘rtacha kvadratik chеtlanish.**  
Bu Binomial taqsimotga tegishli. Agar K – n ta erkli sinashda hodisaning ro'y berish soni bo'lsa (K ~ Bin(n,p)):

* Matematik kutilishi: M(K) = np
* Dispersiyasi: D(K) = npq
* O‘rtacha kvadratik chetlanishi: σ(K) = √(npq)

**12. Taqsimotning zichlik funksiyasi va uning xossalari.**  
Uzluksiz tasodifiy miqdorlar uchun ishlatiladi. Zichlik funksiyasi (differensial taqsimot funksiyasi, PDF).

f(x) = F'(x) = dF(x)/dx (F(x) – taqsimot funksiyasi)  
Xossalari:

1. f(x) ≥ 0 (manfiy bo'lmagan)
2. ∫<sub>-∞</sub><sup>∞</sup> f(x) dx = 1 (barcha mumkin bo'lgan qiymatlar bo'yicha integral 1 ga teng)
3. P(a ≤ X < b) = ∫<sub>a</sub><sup>b</sup> f(x) dx
4. F(x) = ∫<sub>-∞</sub><sup>x</sup> f(t) dt

**13. Elеmеntar hоdisalar fazоsi.**  
Tasodifiy tajriba natijasida ro'y berishi mumkin bo'lgan barcha o'zaro birgalikda bo'lmagan (bir vaqtda ro'y bera olmaydigan) va yagona mumkin bo'lgan elementar (eng sodda) hodisalar to'plami. Odatda Ω bilan belgilanadi.  
Masalan, tanga tashlanganda Ω = {Gerb, Raqam}. O'yin soqqasi tashlanganda Ω = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

**14. Ehtimollikning aksiomatik ta’rifi va ehtimolliklar fazosi.**  
Kolmogorov aksiomatikasi:  
Elementar hodisalar fazosi Ω va unda aniqlangan hodisalar σ-algebrasi A berilgan bo'lsin. Har bir A ∈ A hodisaga P(A) soni (ehtimollik) mos qo'yiladi, agar quyidagi aksiomalar bajarilsa:

1. **Manfiymaslik aksiomasi:** P(A) ≥ 0 har qanday A ∈ A uchun.
2. **Normallanganlik aksiomasi:** P(Ω) = 1 (muqarrar hodisaning ehtimolligi 1).
3. **Additivlik (hisobli additivlik) aksiomasi:** Agar A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, ..., A<sub>n</sub>, ... juft-juft kesishmaydigan (birgalikda bo'lmagan) hodisalar bo'lsa (A<sub>i</sub> ∩ A<sub>j</sub> = ∅, i ≠ j), u holda P(∪<sub>i=1</sub><sup>∞</sup> A<sub>i</sub>) = Σ<sub>i=1</sub><sup>∞</sup> P(A<sub>i</sub>).

(Ω, A, P) uchligi **ehtimolliklar fazosi** deyiladi.

**15. Ehtimоllarni qo‘shish va ko‘paytirish teoremalari.**

* **Qo‘shish teoremalari:**
  + Birgalikda bo'lmagan A va B hodisalar uchun: P(A ∪ B) = P(A) + P(B)
  + Ixtiyoriy (birgalikda bo'lishi mumkin bo'lgan) A va B hodisalar uchun: P(A ∪ B) = P(A) + P(B) - P(A ∩ B)
  + Uchta hodisa uchun: P(A∪B∪C) = P(A)+P(B)+P(C) - P(A∩B)-P(A∩C)-P(B∩C) + P(A∩B∩C)
* **Ko‘paytirish teoremalari (shartli ehtimollik bilan bog'liq):**
  + Ixtiyoriy A va B hodisalar uchun:  
    P(A ∩ B) = P(A) \* P(B|A) (agar P(A) > 0)  
    P(A ∩ B) = P(B) \* P(A|B) (agar P(B) > 0)
  + Bog'liqsiz A va B hodisalar uchun: P(A ∩ B) = P(A) \* P(B)

**16. To‘la ehtimоllik. Bеyеs fоrmulalari.**

* **To‘la ehtimollik formulasi:**  
  A hodisasi faqatgina birgalikda bo'lmagan va to'la guruhni tashkil etuvchi H<sub>1</sub>, H<sub>2</sub>, ..., H<sub>n</sub> gipotezalardan biri bilan birgalikda ro'y berishi mumkin bo'lsin (ya'ni, Σ P(H<sub>i</sub>) = 1, H<sub>i</sub> ∩ H<sub>j</sub> = ∅). U holda A hodisasining to'la ehtimolligi:  
  P(A) = Σ<sub>i=1</sub><sup>n</sup> P(H<sub>i</sub>) \* P(A|H<sub>i</sub>)
* **Bayes formulalari (Gipotezalar ehtimolliklarini qayta baholash):**  
  A hodisasi ro'y berganidan keyin H<sub>k</sub> gipotezaning aposterior (tajribadan keyingi) ehtimolligi:  
  P(H<sub>k</sub>|A) = [P(H<sub>k</sub>) \* P(A|H<sub>k</sub>)] / P(A)  
  yoki  
  P(H<sub>k</sub>|A) = [P(H<sub>k</sub>) \* P(A|H<sub>k</sub>)] / [Σ<sub>i=1</sub><sup>n</sup> P(H<sub>i</sub>) \* P(A|H<sub>i</sub>)]

**17. Shartli ehtimоllik. Hоdisalarning bog‘liqsizligi.**

* **Shartli ehtimollik:**  
  B hodisasi ro'y bergan sharti ostida A hodisasining ro'y berish ehtimolligi:  
  P(A|B) = P(A ∩ B) / P(B), bu yerda P(B) > 0.
* **Hodisalarning bog‘liqsizligi:**  
  Ikki A va B hodisa bog'liqsiz deyiladi, agar birining ro'y berishi ikkinchisining ro'y berish ehtimolligiga ta'sir qilmasa. Shartlar:
  1. P(A|B) = P(A) (agar P(B) > 0)
  2. P(B|A) = P(B) (agar P(A) > 0)
  3. P(A ∩ B) = P(A) \* P(B) (eng umumiy va qulay shart)  
     Uchta A, B, C hodisa juft-juft bog'liqsiz va birgalikda bog'liqsiz bo'lishi mumkin. Birgalikda bog'liqsizlik uchun:  
     P(A∩B) = P(A)P(B); P(A∩C) = P(A)P(C); P(B∩C) = P(B)P(C);  
     P(A∩B∩C) = P(A)P(B)P(C).

**22. Uch sigma qoidasi.**  
Normal taqsimlangan tasodifiy miqdor X uchun:  
Tasodifiy miqdorning o'zining matematik kutilmasidan chetlanishi uchta standart chetlanish (3σ) dan oshmaslik ehtimolligi juda yuqori (taxminan 0.9973).  
P(|X - μ| < 3σ) ≈ 0.9973  
Bu qoida shuni anglatadiki, normal taqsimlangan miqdorning deyarli barcha qiymatlari (μ - 3σ, μ + 3σ) oralig'ida yotadi.

**23. Assimetriya va ekstress.**  
Taqsimot shaklini xarakterlovchi ko'rsatkichlar.

* **Assimmetriya koeffitsiyenti (Skewness, As):**  
  Taqsimotning simmetriya markaziga (odatda o'rtacha qiymat yoki moda) nisbatan nosimmetrikligini o'lchaydi.  
  As = μ<sub>3</sub> / σ³  
  Bu yerda μ<sub>3</sub> – uchinchi tartibli markazlashgan moment.
  + As = 0: Simmetrik taqsimot (masalan, normal).
  + As > 0: O'ng tomonlama assimmetriya (taqsimot "dumi" o'ngga cho'zilgan).
  + As < 0: Chap tomonlama assimmetriya (taqsimot "dumi" chapga cho'zilgan).
* **Ekstsress koeffitsiyenti (Kurtosis, Ex):**  
  Taqsimot "cho'qqisi"ning o'tkirligi yoki yassiligini normal taqsimotga nisbatan o'lchaydi.  
  Ex = (μ<sub>4</sub> / σ⁴) - 3  
  Bu yerda μ<sub>4</sub> – to'rtinchi tartibli markazlashgan moment. "-3" normal taqsimot uchun Ex = 0 bo'lishini ta'minlaydi.
  + Ex = 0: Normal cho'qqilik (mezokurtik).
  + Ex > 0: O'tkir cho'qqili (leptokurtik).
  + Ex < 0: Yassi cho'qqili (platikurtik).

**24. Xi kvadrat (χ²) taqsimoti.**  
Bir nechta bog'liqsiz standart normal taqsimlangan tasodifiy miqdorlar kvadratlarining yig'indisi bilan bog'liq taqsimot. Muhim parametri – erkinlik darajasi (k).  
Agar Z<sub>1</sub>, Z<sub>2</sub>, ..., Z<sub>k</sub> bog'liqsiz va Z<sub>i</sub> ~ N(0,1) bo'lsa, u holda:  
χ²<sub>k</sub> = Σ<sub>i=1</sub><sup>k</sup> Z<sub>i</sub>²  
Bu miqdor k erkinlik darajali χ²-taqsimotga ega.

* M(χ²<sub>k</sub>) = k
* D(χ²<sub>k</sub>) = 2k  
  Statistikada gipotezalarni tekshirishda (ayniqsa, Pirsonning moslik mezoni, dispersiyalar uchun ishonchlilik oraliqlari) keng qo'llaniladi.

**25. Styudent taqsimoti (t-taqsimot). Fisher-Snedekorning F-taqsimoti.**

* **Styudent taqsimoti (t-taqsimot):**  
  Standart normal taqsimlangan tasodifiy miqdorni, undan bog'liqsiz bo'lgan va χ²-taqsimotga ega miqdorning kvadrat ildiziga (erkinlik darajasiga bo'lingan holda) nisbati bilan bog'liq. Parametri – erkinlik darajasi (k).  
  Agar Z ~ N(0,1) va U ~ χ²<sub>k</sub>, va Z bilan U bog'liqsiz bo'lsa:  
  T = Z / √(U/k)  
  T miqdori k erkinlik darajali Styudent taqsimotiga ega (T ~ t<sub>k</sub>).
  + M(T) = 0 (k > 1 uchun)
  + D(T) = k / (k-2) (k > 2 uchun)  
    Normal taqsimotga o'xshaydi, lekin "dumlari" qalinroq. Erkinlik darajasi ortishi bilan normal taqsimotga yaqinlashadi. Tanlanma o'rtachasi haqidagi gipotezalarni tekshirishda (dispersiya noma'lum bo'lganda) ishlatiladi.
* **Fisher-Snedekorning F-taqsimoti:**  
  Ikki bog'liqsiz, χ²-taqsimotga ega tasodifiy miqdorlarning (har biri o'z erkinlik darajasiga bo'lingan) nisbati bilan bog'liq. Parametrlari – k<sub>1</sub> va k<sub>2</sub> (surat va maxrajdagi χ²-miqdorlarning erkinlik darajalari).  
  Agar U<sub>1</sub> ~ χ²<sub>k1</sub> va U<sub>2</sub> ~ χ²<sub>k2</sub>, va U<sub>1</sub> bilan U<sub>2</sub> bog'liqsiz bo'lsa:  
  F = (U<sub>1</sub>/k<sub>1</sub>) / (U<sub>2</sub>/k<sub>2</sub>)  
  F miqdori (k<sub>1</sub>, k<sub>2</sub>) erkinlik darajali F-taqsimotga ega (F ~ F(k<sub>1</sub>, k<sub>2</sub>)).  
  Ikki tanlanma dispersiyalarini taqqoslashda, regression tahlilda va dispersion tahlilda (ANOVA) keng qo'llaniladi.

**26. Ikki o‘lchovli diskret tasodifiy miqdor ehtimollari taqsimot qonuni (matritsasi).**  
3-mavzuda qisman ko'rib chiqildi. (X, Y) diskret tasodifiy vektorning taqsimot qonuni quyidagi jadval (matritsa) ko'rinishida beriladi:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X \ Y | y<sub>1</sub> | y<sub>2</sub> | ... | y<sub>m</sub> | p<sub>i.</sub> (X ning marginal ehtim.) |
| x<sub>1</sub> | p<sub>11</sub> | p<sub>12</sub> | ... | p<sub>1m</sub> | p<sub>1.</sub> |
| x<sub>2</sub> | p<sub>21</sub> | p<sub>22</sub> | ... | p<sub>2m</sub> | p<sub>2.</sub> |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| x<sub>n</sub> | p<sub>n1</sub> | p<sub>n2</sub> | ... | p<sub>nm</sub> | p<sub>n.</sub> |
| p<sub>.j</sub> (Y ning marginal ehtim.) | p<sub>.1</sub> | p<sub>.2</sub> | ... | p<sub>.m</sub> | Σp<sub>ij</sub> = 1 |

Bu yerda p<sub>ij</sub> = P(X=x<sub>i</sub>, Y=y<sub>j</sub>).  
p<sub>i.</sub> = Σ<sub>j=1</sub><sup>m</sup> p<sub>ij</sub> (X ning marginal ehtimolliklari)  
p<sub>.j</sub> = Σ<sub>i=1</sub><sup>n</sup> p<sub>ij</sub> (Y ning marginal ehtimolliklari)  
Σ<sub>i</sub> p<sub>i.</sub> = 1, Σ<sub>j</sub> p<sub>.j</sub> = 1.

**27. Uzluksiz ikki o‘lchovli tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi va zichlik funksiyasi.**  
3-mavzuda ko'rib chiqildi.

* **Birgalikdagi taqsimot funksiyasi F(x,y):**  
  F(x,y) = P(X < x, Y < y) = ∫<sub>-∞</sub><sup>x</sup> ∫<sub>-∞</sub><sup>y</sup> f(u,v) du dv
* **Birgalikdagi zichlik funksiyasi f(x,y):**  
  f(x,y) = ∂²F(x,y) / (∂x∂y)  
  Xossalari:
  1. f(x,y) ≥ 0
  2. ∫<sub>-∞</sub><sup>∞</sup>∫<sub>-∞</sub><sup>∞</sup> f(x,y) dx dy = 1
  3. P((X,Y) ∈ D) = ∬<sub>D</sub> f(x,y) dx dy

**28. Chebyshev tengsizligi. Erkli tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi uchun katta sonlar qonuni.**

* **Chebyshev tengsizligi (umumiy ko'rinishi):**  
  M(X) va D(X) mavjud bo'lgan ixtiyoriy X tasodifiy miqdor uchun, har qanday ε > 0 uchun:  
  P(|X - M(X)| ≥ ε) ≤ D(X) / ε²  
  yoki ekvivalent ravishda:  
  P(|X - M(X)| < ε) ≥ 1 - D(X) / ε²  
  Bu tengsizlik tasodifiy miqdorning o'zining matematik kutilmasidan chetlanish ehtimolligini yuqoridan baholaydi.
* **Katta sonlar qonuni:**  
  Bu qonunlar guruhi shuni tasdiqlaydiki, ko'p sonli tasodifiy omillar ta'sirida o'rtacha natija deyarli tasodifiy bo'lmay qoladi va ma'lum bir deterministik qiymatga yaqinlashadi.
  + **Chebyshev teoremasi (Katta sonlar qonunining bir ko'rinishi):**  
    Agar X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub>, ..., X<sub>n</sub> juft-juft bog'liqsiz tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi bo'lib, ularning dispersiyalari biror C > 0 soni bilan chegaralangan bo'lsa (D(X<sub>i</sub>) ≤ C), u holda har qanday ε > 0 uchun:  
    lim <sub>n→∞</sub> P(|(Σ<sub>i=1</sub><sup>n</sup> X<sub>i</sub>)/n - (Σ<sub>i=1</sub><sup>n</sup> M(X<sub>i</sub>))/n| < ε) = 1  
    Ya'ni, tasodifiy miqdorlar arifmetik o'rtachasi ularning matematik kutilmalarining arifmetik o'rtachasiga ehtimollik bo'yicha yaqinlashadi.
  + **Bernulli teoremasi (Katta sonlar qonunining xususiy holi):**  
    n ta erkli sinashda A hodisasining ro'y berishlarining nisbiy chastotasi (m/n) hodisaning p ehtimolligiga ehtimollik bo'yicha yaqinlashadi:  
    lim <sub>n→∞</sub> P(|m/n - p| < ε) = 1, har qanday ε > 0 uchun.

**29. Korrelyatsiya koeffitsienti va uning xossalari (Uzluksiz tasodifiy miqdor uchun).**  
5-mavzuda berilgan formulalar va xossalar uzluksiz tasodifiy miqdorlar uchun ham o'rinli. Kovariatsiya va standart chetlanishlarni hisoblashda integrallardan foydalaniladi:

* M(X) = ∫<sub>-∞</sub><sup>∞</sup> x f<sub>X</sub>(x) dx
* M(Y) = ∫<sub>-∞</sub><sup>∞</sup> y f<sub>Y</sub>(y) dy
* M(XY) = ∫<sub>-∞</sub><sup>∞</sup>∫<sub>-∞</sub><sup>∞</sup> xy f(x,y) dx dy
* Cov(X,Y) = M(XY) - M(X)M(Y)
* D(X) = ∫<sub>-∞</sub><sup>∞</sup> (x - M(X))² f<sub>X</sub>(x) dx
* D(Y) = ∫<sub>-∞</sub><sup>∞</sup> (y - M(Y))² f<sub>Y</sub>(y) dy
* ρ<sub>XY</sub> = Cov(X,Y) / (√D(X) \* √D(Y))

Xossalar 5-mavzudagidek.

**30. Bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar uchun markaziy limit teorema.**  
Bu teorema shuni aytadiki, ko'p sonli bog'liqsiz (yoki zaif bog'liq) va bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlarning yig'indisi (yoki arifmetik o'rtachasi) taxminan normal taqsimotga ega bo'ladi, boshlang'ich tasodifiy miqdorlarning taqsimotidan qat'iy nazar (ularning dispersiyasi chekli bo'lishi sharti bilan).

Agar X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub>, ..., X<sub>n</sub> – bog'liqsiz, bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar bo'lib, har birining matematik kutilmasi μ va dispersiyasi σ² (σ² > 0) bo'lsa, u holda S<sub>n</sub> = X<sub>1</sub> + ... + X<sub>n</sub> yig'indisi uchun (n → ∞ da):  
Z<sub>n</sub> = (S<sub>n</sub> - nμ) / (σ√n)  
tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi standart normal taqsimot funksiyasi Φ(z) ga intiladi:  
lim <sub>n→∞</sub> P(Z<sub>n</sub> < z) = Φ(z) = (1 / √(2π)) \* ∫<sub>-∞</sub><sup>z</sup> e<sup>(-t²/2)</sup> dt

Bu shuni anglatadiki, n katta bo'lganda S<sub>n</sub> ≈ N(nμ, nσ²) yoki (ΣX<sub>i</sub>)/n ≈ N(μ, σ²/n).

**31. Statistika va statistik baho tushunchalari.**

* **Statistika (fan sifatida):** Ommaviy hodisalarning miqdoriy tomonlarini sifat mazmuni bilan bog'liq holda o'rganuvchi fan; ma'lumotlarni yig'ish, qayta ishlash, tahlil qilish va xulosalar chiqarish usullari haqidagi fan.
* **Statistika (tanlanma funksiyasi sifatida):** Tanlanma ma'lumotlaridan hisoblanadigan va boshlang'ich populyatsiya parametrlarini o'z ichiga olmaydigan har qanday funksiya. Masalan, tanlanma o'rtachasi, tanlanma dispersiyasi.
* **Statistik baho (θ̂):** Bosh to'plamning noma'lum parametri θ ni tanlanma ma'lumotlari asosida baholash uchun ishlatiladigan statistika. Baho o'zi tasodifiy miqdordir.

**32. Matematik statistikaning asosiy vazifalari. Tanlanmani boshlang‘ich statistik tahlili.**

* **Matematik statistikaning asosiy vazifalari:**
  1. Taqsimot qonuni parametrlarini baholash (nuqtaviy va oraliqli).
  2. Statistik gipotezalarni tekshirish.
  3. Taqsimot qonunining ko'rinishini aniqlash.
  4. Tasodifiy miqdorlar orasidagi bog'liqliklarni o'rganish (korrelyatsion va regression tahlil).
  5. Dispersion tahlil va hokazo.
* **Tanlanmani boshlang‘ich statistik tahlili:**
  1. **Variatsion qator tuzish:** Tanlanma elementlarini o'sish tartibida joylashtirish.
  2. **Chastotalar va nisbiy chastotalar jadvalini tuzish:** Har bir variantaning (yoki intervalning) necha marta uchrashini hisoblash.
  3. **Grafik tasvirlash:** Poligon (diskret uchun), gistogramma (uzluksiz uchun), kümülyata (empirik taqsimot funksiyasi grafigi).
  4. **Tanlanma sonli xarakteristikalarini hisoblash:** Tanlanma o'rtachasi, tanlanma dispersiyasi, tanlanma standart chetlanishi, moda, mediana, kvartillar, variatsiya koeffitsiyenti va hokazo.
  5. **Taqsimot shakli haqida dastlabki taxminlar:** Gistogramma va sonli xarakteristikalar (assimmetriya, ekstsess) asosida.

**33. Baholarning xossalari: siljimaganlik, siljiganlik, samaralilik (effektivlik), asoslilik.**  
θ̂ – θ parametrning bahosi bo'lsin.

* **Siljimaganlik (Unbiasedness):**  
  Agar M(θ̂) = θ bo'lsa, θ̂ baho θ uchun siljimagan baho deyiladi.  
  Agar M(θ̂) ≠ θ bo'lsa, baho siljigan (biased) deyiladi. Siljish miqdori: b(θ̂) = M(θ̂) - θ.
* **Samaralilik (Efficiency):**  
  Bir nechta siljimagan baholar orasida dispersiyasi eng kichik bo'lgani samaraliroq hisoblanadi.  
  Agar θ̂<sub>1</sub> va θ̂<sub>2</sub> – θ uchun ikkita siljimagan baho bo'lsa va D(θ̂<sub>1</sub>) < D(θ̂<sub>2</sub>) bo'lsa, θ̂<sub>1</sub> baho θ̂<sub>2</sub> ga nisbatan samaraliroq.  
  Mutlaq samarali baho – dispersiyasi Kramer-Rao tengsizligining quyi chegarasiga erishadigan baho.
* **Asoslilik (Consistency):**  
  Agar tanlanma hajmi n → ∞ da θ̂ baho θ parametrga ehtimollik bo'yicha yaqinlashsa, ya'ni:  
  lim <sub>n→∞</sub> P(|θ̂ - θ| < ε) = 1, har qanday ε > 0 uchun.  
  Asosli baho tanlanma hajmi ortishi bilan parametrga yaqinlashib boradi.

**34. Lyapunov va Laplas teoremalari.**  
Bu teoremalar Markaziy Limit Teoremasining (MLT) turli ko'rinishlari yoki unga olib keluvchi shartlardir.

* **Laplas teoremasi:** Aslida bu Muavr-Laplas integral teoremasining nomi. U MLTning Bernulli sinashlari uchun xususiy holi hisoblanadi (1-mavzuga qarang).
* **Lyapunov teoremasi (MLT ning bir ko'rinishi):**  
  Agar X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub>, ..., X<sub>n</sub> bog'liqsiz tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi bo'lib, har birining chekli matematik kutilmasi M(X<sub>i</sub>) = μ<sub>i</sub> va dispersiyasi D(X<sub>i</sub>) = σ<sub>i</sub>² mavjud bo'lsa, va Lyapunov sharti bajarilsa:  
  lim <sub>n→∞</sub> [(1/B<sub>n</sub><sup>(2+δ)</sup>) \* Σ<sub>i=1</sub><sup>n</sup> M(|X<sub>i</sub> - μ<sub>i</sub>|<sup>(2+δ)</sup>)] = 0  
  biror δ > 0 uchun (bu yerda B<sub>n</sub>² = Σ<sub>i=1</sub><sup>n</sup> σ<sub>i</sub>²).  
  U holda S<sub>n</sub> = Σ<sub>i=1</sub><sup>n</sup> X<sub>i</sub> yig'indisi uchun:  
  Z<sub>n</sub> = (S<sub>n</sub> - Σμ<sub>i</sub>) / B<sub>n</sub>  
  tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi n → ∞ da standart normal taqsimot funksiyasi Φ(z) ga intiladi.  
  Bu teorema MLTni turli xil taqsimlangan (lekin ma'lum shartlarni qanoatlantiruvchi) tasodifiy miqdorlar yig'indisi uchun umumlashtiradi.

**35. Variatsion qator. Variatsion qator grafiklari. Taqsimotning empirik funksiyasi.**

* **Variatsion qator:** Tanlanma elementlarini (kuzatuv natijalarini) o'sish (yoki kamayish) tartibida joylashtirilgan ketma-ketlik:  
  x<sub>(1)</sub> ≤ x<sub>(2)</sub> ≤ ... ≤ x<sub>(n)</sub>
* **Variatsion qator grafiklari:**
  + **Poligon (chastotalar poligoni yoki nisbiy chastotalar poligoni):** Diskret variatsion qator yoki intervalli qatorning o'rtalari uchun. Gorizontal o'qda variantalar (yoki interval o'rtalari), vertikal o'qda chastotalar (yoki nisbiy chastotalar) qo'yiladi va nuqtalar kesmalar bilan tutashtiriladi.
  + **Gistogramma (chastotalar gistogrammasi yoki nisbiy chastotalar gistogrammasi):** Intervalli variatsion qator uchun. Gorizontal o'qda intervallar, vertikal o'qda esa interval uzunligiga bo'lingan chastota (yoki nisbiy chastota) (ya'ni, chastota zichligi) qo'yiladi. Har bir interval ustida balandligi chastota zichligiga, asosi interval uzunligiga teng to'g'ri to'rtburchak quriladi. Gistogramma yuzasi chastotalar yig'indisiga (n) yoki nisbiy chastotalar yig'indisiga (1) teng bo'ladi (agar vertikal o'qda zichliklar emas, chastotalar/nisbiy chastotalar olingan bo'lsa, bu shart bajarilmasligi mumkin).
* **Taqsimotning empirik funksiyasi (F<sub>n</sub><sup>\*</sup>(x) yoki F̂<sub>n</sub>(x)):**  
  Tanlanma asosida qurilgan, bosh to'plamning nazariy taqsimot funksiyasi F(x) ning bahosi.  
  F<sub>n</sub><sup>\*</sup>(x) = (x dan kichik tanlanma elementlari soni) / n = m<sub>x</sub> / n  
  Bu yerda m<sub>x</sub> – qiymati x dan kichik bo'lgan tanlanma elementlari soni, n – tanlanma hajmi.  
  Xossalari F(x) ning xossalariga o'xshash (pog'onasimon, kamaymaydigan, 0 dan 1 gacha o'zgaradi).

**36. Oraliqli baholar. Ishonchlilik ehtimolligi tushunchasi.** (40-mavzu bilan bir xil)

* **Oraliqli baho:** Bosh to'plamning noma'lum parametri θ ni ma'lum bir ehtimollik bilan qoplaydigan (θ<sub>1</sub>, θ<sub>2</sub>) tasodifiy interval. Bu interval tanlanmaga bog'liq.
* **Ishonchlilik ehtimolligi (γ yoki 1-α):** Noma'lum parametr θ ning (θ<sub>1</sub>, θ<sub>2</sub>) ishonchlilik oralig'iga tushish ehtimolligi. Odatda 0.9, 0.95, 0.99 kabi qiymatlar olinadi.  
  P(θ<sub>1</sub> < θ < θ<sub>2</sub>) = γ
* **(θ<sub>1</sub>, θ<sub>2</sub>) intervali ishonchlilik oralig'i** deyiladi.
* **Ahamiyatlilik darajasi (α):** α = 1 - γ. Parametrning ishonchlilik oralig'iga tushmaslik ehtimolligi.

**37. Nuqtaviy bahoning kamchiliklari. Statistik baholarni toppish usullari: Momentlar usuli, eng katta o‘xshashlik usuli.**

* **Nuqtaviy bahoning kamchiliklari:**
  1. Bitta son bilan beriladi, baholash aniqligi haqida ma'lumot bermaydi.
  2. Tanlanmadan tanlanmaga o'zgarganligi sababli, parametrning haqiqiy qiymatidan qanchalik farq qilishi noma'lum.
  3. Kichik tanlamalarda ancha noaniq bo'lishi mumkin.
* **Statistik baholarni topish usullari:**
  1. **Momentlar usuli:**  
     Nazariy momentlar (parametr θ ga bog'liq) tanlanma momentlariga tenglashtiriladi va hosil bo'lgan tenglamalar sistemasi θ ga nisbatan yechiladi.  
     Masalan, birinchi nazariy moment M(X; θ) ni birinchi tanlanma moment (tanlanma o'rtachasi x̄) ga tenglashtirish: M(X; θ) = x̄.  
     Ikkinchi nazariy moment M(X²; θ) ni ikkinchi tanlanma moment ( (1/n)Σx<sub>i</sub>²) ga tenglashtirish va hokazo.
  2. **Eng katta o‘xshashlik usuli (Maximum Likelihood Estimation - MLE):**  
     O'xshashlik funksiyasi L(θ; x<sub>1</sub>, ..., x<sub>n</sub>) tuziladi. Bu funksiya, parametr θ ning ma'lum qiymatida kuzatilgan tanlanmaning (x<sub>1</sub>, ..., x<sub>n</sub>) paydo bo'lish ehtimolligini (yoki zichligini) ifodalaydi.  
     L(θ) = f(x<sub>1</sub>; θ) \* f(x<sub>2</sub>; θ) \* ... \* f(x<sub>n</sub>; θ) (bog'liqsiz tanlanma uchun)  
     Bu funksiyani θ bo'yicha maksimallashtiruvchi θ̂ qiymati parametrning eng katta o'xshashlik bahosi bo'ladi. Ko'pincha ln(L(θ)) logarifmik o'xshashlik funksiyasi maksimallashtiriladi:  
     ∂ln(L(θ))/∂θ = 0 tenglamasi yechiladi.

**38. Normal taqsimotning dispersiyasi haqidagi taxminlarni tekshirish.**  
Bu statistik gipotezalarni tekshirishga oid. Odatda χ²-kriteriysi ishlatiladi.  
H<sub>0</sub>: σ² = σ<sub>0</sub>² (bosh to'plam dispersiyasi ma'lum bir σ<sub>0</sub>² qiymatga teng)  
H<sub>1</sub>: σ² ≠ σ<sub>0</sub>² (yoki σ² > σ<sub>0</sub>² yoki σ² < σ<sub>0</sub>²)

Statistika: χ²<sub>kuz</sub> = (n-1)s² / σ<sub>0</sub>²  
Bu yerda:

* n – tanlanma hajmi
* s² – tuzatilgan tanlanma dispersiyasi: s² = (1/(n-1)) Σ(x<sub>i</sub> - x̄)²  
  Bu statistika, agar H<sub>0</sub> to'g'ri bo'lsa, n-1 erkinlik darajali χ²-taqsimotga ega.  
  Kritik qiymatlar χ²<sub>α/2, n-1</sub> va χ²<sub>1-α/2, n-1</sub> (ikki tomonlama alternativa uchun) yoki χ²<sub>α, n-1</sub> / χ²<sub>1-α, n-1</sub> (bir tomonlama uchun) bilan taqqoslanadi.

**39. Statistik gipoteza tushunchasi. Asosiy va alternative gipotezalar. I va II tur xatoliklar.**

* **Statistik gipoteza:** Bosh to'plamning taqsimot qonuni yoki uning parametrlari haqidagi har qanday taxmin.
* **Asosiy (nolinchi) gipoteza (H<sub>0</sub>):** Tekshirilayotgan, odatda mavjud holatni yoki farq yo'qligini ifodalovchi gipoteza.
* **Alternativ (raqobatchi) gipoteza (H<sub>1</sub> yoki H<sub>A</sub>):** Asosiy gipotezaga zid bo'lgan va agar H<sub>0</sub> rad etilsa qabul qilinadigan gipoteza. U oddiy (masalan, μ = μ<sub>1</sub>) yoki murakkab (masalan, μ ≠ μ<sub>0</sub>, μ > μ<sub>0</sub>, μ < μ<sub>0</sub>) bo'lishi mumkin.
* **Gipotezani tekshirishdagi xatoliklar:**
  + **I tur xatolik (α):** Aslida to'g'ri bo'lgan H<sub>0</sub> gipotezani rad etish. Bu xatolik ehtimolligi α (ahamiyatlilik darajasi) bilan belgilanadi.  
    α = P(H<sub>0</sub> ni rad etish | H<sub>0</sub> to'g'ri)
  + **II tur xatolik (β):** Aslida noto'g'ri bo'lgan H<sub>0</sub> gipotezani qabul qilish (ya'ni, to'g'ri bo'lgan H<sub>1</sub> ni rad etish). Bu xatolik ehtimolligi β bilan belgilanadi.  
    β = P(H<sub>0</sub> ni qabul qilish | H<sub>0</sub> noto'g'ri)

**41. Tanlanmaning sonli xarakteristikalari.**

* **Tanlanma o'rtachasi (x̄):**  
  x̄ = (1/n) \* Σ<sub>i=1</sub><sup>n</sup> x<sub>i</sub>
* **Tanlanma dispersiyasi (D<sub>T</sub> yoki σ̂²):**  
  D<sub>T</sub> = (1/n) \* Σ<sub>i=1</sub><sup>n</sup> (x<sub>i</sub> - x̄)² = (1/n)Σx<sub>i</sub>² - (x̄)² (siljigan baho)
* **Tuzatilgan tanlanma dispersiyasi (s²):**  
  s² = (1/(n-1)) \* Σ<sub>i=1</sub><sup>n</sup> (x<sub>i</sub> - x̄)² (siljimagan baho)
* **Tanlanma standart chetlanishi (σ̂):** σ̂ = √D<sub>T</sub>
* **Tuzatilgan tanlanma standart chetlanishi (s):** s = √s²
* **Tanlanma modasi (Mo<sup>\*</sup>):** Tanlanmada eng ko'p uchraydigan varianta. Intervalli qatorda moda intervali va uning qiymati hisoblanadi.
* **Tanlanma medianasi (Me<sup>\*</sup>):** Tartiblangan variatsion qatorni teng ikkiga bo'luvchi qiymat.
* **Tanlanma variatsiya koeffitsiyenti (V<sup>\*</sup>):** V<sup>\*</sup> = (s / x̄) \* 100% (agar x̄ > 0)
* **Tanlanma kvartillari (Q<sub>1</sub>, Q<sub>3</sub>), kvartil kengligi (IQR = Q<sub>3</sub> - Q<sub>1</sub>).**
* **Tanlanma assimmetriya va ekstsess koeffitsiyentlari.**

**42. Statistik quvvat. Kritik nuqta va kritik soha. Statistik gipotezani tekshirish bosqichlari.**

* **Statistik quvvat (1-β):** Gipotezani tekshirish mezonining (kriteriysining) aslida noto'g'ri bo'lgan H<sub>0</sub> gipotezani to'g'ri rad etish ehtimolligi. Ya'ni, to'g'ri bo'lgan H<sub>1</sub> ni qabul qilish ehtimolligi.  
  Quvvat = P(H<sub>0</sub> ni rad etish | H<sub>0</sub> noto'g'ri) = 1 - β.
* **Kritik nuqta:** Kuzatilayotgan statistika qiymatlarini qabul qilish sohasi va rad etish (kritik) sohasini ajratuvchi chegara qiymati (yoki qiymatlari).
* **Kritik soha (Rad etish sohasi):** Agar kuzatilayotgan statistika qiymati shu sohaga tushsa, H<sub>0</sub> gipoteza rad etiladi. Kritik sohaning chegaralari ahamiyatlilik darajasi α va alternativ gipoteza H<sub>1</sub> ning ko'rinishiga bog'liq.
* **Statistik gipotezani tekshirish bosqichlari:**
  1. Asosiy (H<sub>0</sub>) va alternativ (H<sub>1</sub>) gipotezalarni shakllantirish.
  2. Ahamiyatlilik darajasi α ni tanlash (masalan, 0.05, 0.01).
  3. Tekshirish uchun statistika T ni tanlash (mezon) va uning H<sub>0</sub> to'g'ri bo'lgandagi taqsimotini aniqlash.
  4. Tanlangan α va H<sub>1</sub> ga mos kritik soha (yoki kritik nuqta(lar))ni aniqlash.
  5. Tanlanma ma'lumotlari asosida statistika T ning kuzatiluvchi qiymati T<sub>kuz</sub> ni hisoblash.
  6. Qaror qabul qilish:
     + Agar T<sub>kuz</sub> kritik sohaga tushsa, H<sub>0</sub> gipoteza α ahamiyatlilik darajasida rad etiladi va H<sub>1</sub> qabul qilinadi.
     + Agar T<sub>kuz</sub> kritik sohaga tushmasa (qabul qilish sohasiga tushsa), H<sub>0</sub> gipotezani rad etish uchun asos yo'q degan xulosaga kelinadi.

**43. Taqsimotning ko‘rinishi haqidagi statistik gipotezani tekshirishning Pirsonning χ² – tasdiqlash alomati (moslik mezoni).**  
Tanlanma ma'lumotlarining biror nazariy taqsimot qonuniga (masalan, normal, Puasson) mos kelishini tekshirish uchun ishlatiladi.  
H<sub>0</sub>: Tanlanma berilgan nazariy taqsimotga ega.  
H<sub>1</sub>: Tanlanma berilgan nazariy taqsimotga ega emas.

Statistika: χ²<sub>kuz</sub> = Σ<sub>i=1</sub><sup>k</sup> [(m<sub>i</sub> - np<sub>i</sub>)² / (np<sub>i</sub>)]  
Bu yerda:

* k – variantalar (yoki intervallar) soni.
* m<sub>i</sub> – i-chi variantaning (yoki intervalning) empirik (kuzatilgan) chastotasi.
* n – tanlanma hajmi.
* p<sub>i</sub> – H<sub>0</sub> gipoteza to'g'ri bo'lganda i-chi variantaning (yoki intervalga tushishning) nazariy ehtimolligi.
* np<sub>i</sub> – i-chi variantaning (yoki intervalning) nazariy (kutilayotgan) chastotasi. (Har bir np<sub>i</sub> ≥ 5 bo'lishi tavsiya etiladi, zarur bo'lsa, qo'shni intervallar birlashtiriladi).

Bu statistika, agar H<sub>0</sub> to'g'ri bo'lsa, taxminan r = k - 1 - s erkinlik darajali χ²-taqsimotga ega. Bu yerda s – nazariy taqsimotning tanlanma bo'yicha baholangan parametrlari soni.  
Kritik qiymat χ²<sub>α, r</sub> bilan taqqoslanadi. Agar χ²<sub>kuz</sub> > χ²<sub>α, r</sub> bo'lsa, H<sub>0</sub> rad etiladi.

**44. Kovariatsiya va korrelyatsiya koeffitsientlari.**  
5-mavzuda ko'rib chiqildi. Bular ikki tasodifiy miqdor orasidagi bog'liqlikni xarakterlaydi.

* **Kovariatsiya (Cov(X,Y) yoki K<sub>XY</sub>):**  
  Cov(X,Y) = M[(X - M(X))(Y - M(Y))] = M(XY) - M(X)M(Y)  
  Agar Cov(X,Y) > 0: X ortganda Y ham ortish tendensiyasiga ega.  
  Agar Cov(X,Y) < 0: X ortganda Y kamayish tendensiyasiga ega.  
  Agar Cov(X,Y) = 0: Chiziqli bog'liqlik yo'q (lekin boshqa bog'liqlik bo'lishi mumkin).  
  Tanlanma kovariatsiyasi: Cov<sup>\*</sup>(X,Y) = (1/n)Σ(x<sub>i</sub> - x̄)(y<sub>i</sub> - ȳ) = (1/n)Σx<sub>i</sub>y<sub>i</sub> - x̄ȳ
* **Korrelyatsiya koeffitsiyenti (ρ<sub>XY</sub> yoki r<sub>XY</sub>):**  
  Normallashtirilgan kovariatsiya, chiziqli bog'liqlik darajasini o'lchaydi.  
  ρ<sub>XY</sub> = Cov(X,Y) / (σ<sub>X</sub> \* σ<sub>Y</sub>)  
  Tanlanma korrelyatsiya koeffitsiyenti (Pirson korrelyatsiya koeffitsiyenti):  
  r<sup>*</sup><sub>XY</sub> = [Σ(x<sub>i</sub> - x̄)(y<sub>i</sub> - ȳ)] / [√(Σ(x<sub>i</sub> - x̄)²) \* √(Σ(y<sub>i</sub> - ȳ)²)]  
  yoki  
  r<sup>*</sup><sub>XY</sub> = Cov<sup>\*</sup>(X,Y) / (σ̂<sub>X</sub> \* σ̂<sub>Y</sub>)  
  Xossalari 5-mavzudagidek.

**45. O‘rtacha kvadratik chetlanishi σ ma’lum va noma’lum bo‘lganda normal taqsimotning noma’lum matematik kutilmasi μ uchun ishonchlilik oralig’i.**

* **σ ma’lum bo‘lganda:**  
  Ishonchlilik oralig'i: (x̄ - z<sub>α/2</sub> \* (σ/√n), x̄ + z<sub>α/2</sub> \* (σ/√n))  
  Bu yerda:
  + x̄ – tanlanma o'rtachasi
  + σ – bosh to'plamning ma'lum standart chetlanishi
  + n – tanlanma hajmi
  + z<sub>α/2</sub> – standart normal taqsimotning α/2 kvantili (Φ(z<sub>α/2</sub>) = 1 - α/2). Masalan, γ = 0.95 (α = 0.05) uchun z<sub>0.025</sub> ≈ 1.96.
* **σ noma’lum bo‘lganda (va n kichik, odatda n < 30, lekin amalda ko'pincha n katta bo'lsa ham ishlatiladi):**  
  Ishonchlilik oralig'i: (x̄ - t<sub>α/2, n-1</sub> \* (s/√n), x̄ + t<sub>α/2, n-1</sub> \* (s/√n))  
  Bu yerda:
  + s – tuzatilgan tanlanma standart chetlanishi
  + t<sub>α/2, n-1</sub> – n-1 erkinlik darajali Styudent taqsimotining α/2 kvantili.  
    Agar n katta bo'lsa (odatda n ≥ 30), t<sub>α/2, n-1</sub> ≈ z<sub>α/2</sub> bo'ladi va σ o'rniga s ishlatilishi mumkin.

**46. Korrelyatsion tahlil. Sababli bog’lanishlar. Korrelatsion bog’lanishlar haqida tushuncha.**

* **Korrelyatsion tahlil:** Ikki yoki undan ortiq tasodifiy miqdorlar orasidagi statistik bog'liqlikning mavjudligi, yo'nalishi va kuchini o'rganish usullari majmuasi. Asosiy vositasi korrelyatsiya koeffitsiyentidir.
* **Sababli bog’lanishlar (Causal relationship):** Bir o'zgaruvchining o'zgarishi bevosita boshqa o'zgaruvchining o'zgarishiga sabab bo'ladigan bog'lanish. Korrelyatsiya sababli bog'liqlikni anglatmaydi ("correlation does not imply causation").
* **Korrelatsion bog’lanishlar:** Ikki o'zgaruvchi birgalikda o'zgarish tendensiyasiga ega bo'lishi, ammo bu birining ikkinchisiga bevosita sabab bo'lishini anglatmaydi. Ular uchinchi bir omil ta'sirida yoki tasodifiy ravishda bog'liq bo'lishi mumkin. Korrelyatsion tahlil faqat statistik bog'liqlikni aniqlaydi.

**47. Korrelyatsiya turlari va masalalari. Korrelyatsiya.**  
Bu mavzu 44 va 46-mavzularni qisman takrorlaydi.

* **Korrelyatsiya turlari:**
  + **Chiziqli korrelyatsiya:** O'zgaruvchilar orasidagi bog'liqlik chiziqli funksiyaga yaqin (Pirson koeffitsiyenti bilan o'lchanadi).
  + **Chiziqli bo'lmagan korrelyatsiya:** Bog'liqlik murakkabroq, chiziqli bo'lmagan shaklga ega (masalan, darajali, ko'rsatkichli). Buni o'lchash uchun boshqa usullar (masalan, korrelyatsion nisbat, Spirmen yoki Kendell rangli korrelyatsiya koeffitsiyentlari) ishlatiladi.
  + **Juft korrelyatsiya:** Ikki o'zgaruvchi orasidagi bog'liqlik.
  + **Xususiy korrelyatsiya:** Boshqa o'zgaruvchilarning ta'sirini yo'qotgan holda ikki o'zgaruvchi orasidagi "sof" bog'liqlik.
  + **Ko‘p o‘lchovli (multiple) korrelyatsiya:** Bir o'zgaruvchining boshqa bir nechta o'zgaruvchilar majmuasi bilan bog'liqligi.
* **Korrelyatsiya masalalari:**
  + O'zgaruvchilar orasida statistik bog'liqlik mavjudligini aniqlash.
  + Bog'liqlikning kuchini va yo'nalishini o'lchash.
  + Bog'liqlikning ahamiyatliligini (tasodifiy emasligini) tekshirish.

**48. Ko‘p o‘lchovli korrelyatsiya koeffitsiyenti. Ko‘p o‘lchovli determinatsiya koeffitsiyenti.**  
Bu ko'p o'lchovli regressiya tahlili bilan bog'liq.  
Bir Y natijaviy o'zgaruvchining bir nechta X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub>, ..., X<sub>k</sub> faktor o'zgaruvchilar bilan chiziqli bog'liqligi darajasini o'lchaydi.

* **Ko‘p o‘lchovli korrelyatsiya koeffitsiyenti (R yoki R<sub>Y.X1X2...Xk</sub>):**  
  Y o'zgaruvchining kuzatilgan qiymatlari va uning regressiya tenglamasi yordamida hisoblangan nazariy (prognoz) qiymatlari Ŷ orasidagi juft korrelyatsiya koeffitsiyentiga teng.  
  0 ≤ R ≤ 1. R qiymati 1 ga qancha yaqin bo'lsa, Y ning X<sub>1</sub>, ..., X<sub>k</sub> faktorlar bilan chiziqli bog'liqligi shuncha kuchli.  
  R = √R²
* **Ko‘p o‘lchovli determinatsiya koeffitsiyenti (R²):**  
  Natijaviy o'zgaruvchi Y ning umumiy o'zgaruvchanligining (dispersiyasining) qancha qismi X<sub>1</sub>, ..., X<sub>k</sub> faktor o'zgaruvchilarining ta'siri bilan tushuntirilishini ko'rsatadi.  
  R² = (Regressiya bilan tushuntirilgan kvadratlar yig'indisi SS<sub>reg</sub>) / (Umumiy kvadratlar yig'indisi SS<sub>tot</sub>)  
  R² = 1 - (Qoldiq kvadratlar yig'indisi SS<sub>res</sub>) / (Umumiy kvadratlar yig'indisi SS<sub>tot</sub>)  
  0 ≤ R² ≤ 1. R² qiymati 1 ga qancha yaqin bo'lsa, regressiya modeli shuncha yaxshi ma'lumotlarni tushuntiradi.  
  Tuzatilgan R² (Adjusted R²) ham ishlatiladi, u modelga qo'shilgan ortiqcha faktorlar uchun jazolaydi.

**49. Regression tahlil. Ikki o‘zgaruvchili regressiya tenglamasi.**

* **Regression tahlil:** Bir yoki bir nechta bog'liqsiz o'zgaruvchilar (faktorlar, prediktorlar) va bitta bog'liq o'zgaruvchi (natija, javob) orasidagi bog'liqlik shaklini matematik model (regressiya tenglamasi) yordamida o'rganish va miqdoriy baholash usullari majmuasi.
* **Ikki o‘zgaruvchili (juft) chiziqli regressiya tenglamasi:**  
  Bir bog'liq Y o'zgaruvchi va bir bog'liqsiz X o'zgaruvchi orasidagi chiziqli bog'liqlikni ifodalaydi.  
  Nazariy model: Y<sub>i</sub> = β<sub>0</sub> + β<sub>1</sub>X<sub>i</sub> + ε<sub>i</sub>  
  Tanlanma bo'yicha baholangan model: Ŷ = b<sub>0</sub> + b<sub>1</sub>X  
  Bu yerda:
  + Y – bog'liq o'zgaruvchi
  + X – bog'liqsiz o'zgaruvchi
  + β<sub>0</sub> – ozod had (Y o'qini kesish nuqtasi)
  + β<sub>1</sub> – regressiya koeffitsiyenti (X ning bir birlik o'zgarishi Y ning qancha o'zgarishini ko'rsatadi, ya'ni qiyalik)
  + ε<sub>i</sub> – tasodifiy xatolik
  + b<sub>0</sub>, b<sub>1</sub> – β<sub>0</sub> va β<sub>1</sub> ning tanlanma baholari, odatda Eng Kichik Kvadratlar Usuli (EKKU) bilan topiladi.

**50. Regression tahlil masalalari. Regressiya turlari.**

* **Regression tahlil masalalari:**
  1. O'zgaruvchilar orasidagi bog'liqlik shaklini aniqlash (masalan, chiziqli, darajali, eksponensial).
  2. Regressiya tenglamasi parametrlarini baholash.
  3. Regressiya modelining adekvatligini (ma'lumotlarga mosligini) va statistik ahamiyatliligini tekshirish.
  4. Bog'liq o'zgaruvchining qiymatlarini prognoz qilish.
  5. Faktor o'zgaruvchilarning natijaviy o'zgaruvchiga ta'sir darajasini baholash.
* **Regressiya turlari:**
  1. **Faktorlar soniga ko'ra:**
     + Juft regressiya (bitta faktor)
     + Ko‘p o‘lchovli (multiple) regressiya (bir nechta faktor)
  2. **Bog'liqlik shakliga ko'ra:**
     + Chiziqli regressiya
     + Chiziqli bo'lmagan regressiya (masalan, parabolik, darajali, ko'rsatkichli, logarifmik, giperbolik)
  3. **O'zgaruvchilar tabiatiga ko'ra:**
     + Miqdoriy o'zgaruvchilar uchun regressiya
     + Sifat (kategorik) o'zgaruvchilar uchun regressiya (masalan, logistik regressiya)

**51. Eng kichik kvadratlar usuli (EKKU). Approksimatsiyaning o‘rtacha xatoligi.**

* **Eng kichik kvadratlar usuli (Ordinary Least Squares - OLS, rus. МНК, o'zb. EKKU):**  
  Regressiya tenglamasi parametrlarini (b<sub>0</sub>, b<sub>1</sub>, ...) shunday tanlash usuliki, bunda kuzatilgan Y<sub>i</sub> qiymatlari va regressiya chizig'i bo'yicha hisoblangan Ŷ<sub>i</sub> nazariy qiymatlari orasidagi farqlar (qoldiqlar e<sub>i</sub> = Y<sub>i</sub> - Ŷ<sub>i</sub>) kvadratlarining yig'indisi minimal bo'ladi:  
  S(b<sub>0</sub>, b<sub>1</sub>, ...) = Σ e<sub>i</sub>² = Σ (Y<sub>i</sub> - Ŷ<sub>i</sub>)² → min  
  Juft chiziqli regressiya Ŷ = b<sub>0</sub> + b<sub>1</sub>X uchun EKKU bilan topilgan parametrlar:  
  b<sub>1</sub> = [nΣ(X<sub>i</sub>Y<sub>i</sub>) - (ΣX<sub>i</sub>)(ΣY<sub>i</sub>)] / [nΣ(X<sub>i</sub>²) - (ΣX<sub>i</sub>)²] yoki b<sub>1</sub> = Cov<sup>\*</sup>(X,Y) / D<sub>T</sub>(X)  
  b<sub>0</sub> = Ȳ - b<sub>1</sub>X̄  
  Bu yerda X̄, Ȳ – X va Y ning tanlanma o'rtachalari.
* **Approksimatsiyaning o‘rtacha xatoligi (Standart error of the estimate, yoki qoldiq standart chetlanishi s<sub>e</sub>):**  
  Regressiya modelining kuzatilgan ma'lumotlarga qanchalik yaqinligini (prognoz aniqligini) o'lchaydi.  
  s<sub>e</sub> = √[Σ(Y<sub>i</sub> - Ŷ<sub>i</sub>)² / (n-k-1)] = √[SS<sub>res</sub> / (n-k-1)]  
  Bu yerda:
  + n – kuzatuvlar soni
  + k – modeldagi faktorlar soni (juft regressiyada k=1)
  + n-k-1 – erkinlik darajasi
  + SS<sub>res</sub> – qoldiq kvadratlar yig'indisi.  
    Bu qiymat qancha kichik bo'lsa, model shuncha aniqroq.

**52. Chiziqli bo‘lmagan regressiya tenglamalari. Ko‘p o‘lchovli regressiya va korrelyasiya.**

* **Chiziqli bo‘lmagan regressiya tenglamalari:**  
  O'zgaruvchilar orasidagi bog'liqlik chiziqli bo'lmaganda ishlatiladi. Ba'zi turlari chiziqlashtirilishi mumkin (masalan, logarifmlash orqali), ba'zilari esa maxsus iteratsion usullar bilan baholanadi.  
  Misollar:
  + Parabolik: Ŷ = b<sub>0</sub> + b<sub>1</sub>X + b<sub>2</sub>X²
  + Darajali: Ŷ = b<sub>0</sub> \* X<sup>b1</sup> (logarifmlash: ln(Ŷ) = ln(b<sub>0</sub>) + b<sub>1</sub>ln(X))
  + Ko'rsatkichli (eksponensial): Ŷ = b<sub>0</sub> \* b<sub>1</sub><sup>X</sup> (logarifmlash: ln(Ŷ) = ln(b<sub>0</sub>) + Xln(b<sub>1</sub>))
  + Giperbolik: Ŷ = b<sub>0</sub> + b<sub>1</sub>/X
* **Ko‘p o‘lchovli regressiya:** (48-mavzuda ham qisman bor)  
  Bir bog'liq Y o'zgaruvchining bir nechta X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub>, ..., X<sub>k</sub> bog'liqsiz o'zgaruvchilar bilan bog'liqligini o'rganadi.  
  Chiziqli ko'p o'lchovli regressiya tenglamasi:  
  Ŷ = b<sub>0</sub> + b<sub>1</sub>X<sub>1</sub> + b<sub>2</sub>X<sub>2</sub> + ... + b<sub>k</sub>X<sub>k</sub>  
  Parametrlar (b<sub>0</sub>, b<sub>1</sub>, ..., b<sub>k</sub>) odatda EKKU bilan matritsaviy shaklda topiladi:  
  **b** = (X<sup>T</sup>X)<sup>-1</sup>X<sup>T</sup>**Y**  
  Bu yerda **b** – koeffitsiyentlar vektori, X – faktorlar matritsasi (birinchi ustuni birliklardan iborat), **Y** – natijaviy o'zgaruvchi vektori.
* **Ko‘p o‘lchovli korrelyasiya:** 48-mavzuga qarang (R va R²).

**53. Chiziqli bo‘lmagan regressiya tenglamalari. Ko‘p o‘lchovli regressiya parametrlarini baholash uchun EKKU.**  
Bu mavzu 52-ni qisman takrorlaydi.

* **Chiziqli bo'lmagan regressiya tenglamalari:** 52-mavzudagi misollar. Agar tenglama o'zgaruvchilarni almashtirish (transformatsiya) orqali chiziqli ko'rinishga keltirilsa, EKKU oddiy usulda qo'llaniladi. Aks holda, chiziqli bo'lmagan EKKU (iteratsion usullar, masalan, Gauss-Nyuton yoki Levenberg-Markvardt algoritmlari) qo'llaniladi.
* **Ko‘p o‘lchovli regressiya parametrlarini baholash uchun EKKU:**  
  Maqsad: S(b<sub>0</sub>, ..., b<sub>k</sub>) = Σ(Y<sub>i</sub> - (b<sub>0</sub> + b<sub>1</sub>X<sub>1i</sub> + ... + b<sub>k</sub>X<sub>ki</sub>))² → min  
  Bu funksiyaning b<sub>j</sub> larga nisbatan xususiy hosilalarini nolga tenglab, normal tenglamalar sistemasi hosil qilinadi:  
  ∂S/∂b<sub>0</sub> = 0  
  ∂S/∂b<sub>1</sub> = 0  
  ...  
  ∂S/∂b<sub>k</sub> = 0  
  Bu sistema yechilib, b<sub>0</sub>, ..., b<sub>k</sub> koeffitsiyentlar topiladi. Matritsaviy yechimi 52-mavzuda keltirilgan.

**54. Standartlashtirilgan mashtabdagi regressiya tenglamasi. O‘rtacha elastiklik koeffitsiyentlari.**

* **Standartlashtirilgan mashtabdagi regressiya tenglamasi (β-koeffitsiyentlar bilan):**  
  O'zgaruvchilarning o'lchov birliklari har xil bo'lganda ularning ta'sir kuchini bevosita taqqoslash uchun ishlatiladi. O'zgaruvchilar standartlashtiriladi (o'rtachasi nol, standart chetlanishi bir qilib):  
  t<sub>Y</sub> = (Y - Ȳ) / s<sub>Y</sub>  
  t<sub>Xj</sub> = (X<sub>j</sub> - X̄<sub>j</sub>) / s<sub>Xj</sub>  
  Standartlashtirilgan regressiya tenglamasi (ozod hadsiz):  
  t̂<sub>Y</sub> = β<sup>*</sup><sub>1</sub>t<sub>X1</sub> + β<sup>*</sup><sub>2</sub>t<sub>X2</sub> + ... + β<sup>*</sup><sub>k</sub>t<sub>Xk</sub>  
  Bu yerda β<sup>*</sup><sub>j</sub> – standartlashtirilgan regressiya koeffitsiyentlari (beta-koeffitsiyentlar).  
  β<sup>*</sup><sub>j</sub> = b<sub>j</sub> \* (s<sub>Xj</sub> / s<sub>Y</sub>)  
  β<sup>*</sup><sub>j</sub> koeffitsiyentining moduli qancha katta bo'lsa, X<sub>j</sub> faktorning Y ga ta'siri shuncha kuchli (boshqa faktorlar o'zgarmas bo'lganda).
* **O‘rtacha elastiklik koeffitsiyentlari (E<sub>j</sub>):**  
  X<sub>j</sub> faktorni 1% ga o'zgartirganda Y natijaviy o'zgaruvchi necha foizga o'zgarishini ko'rsatadi (o'rtacha qiymatlar atrofida).  
  E<sub>j</sub> = (∂Y/∂X<sub>j</sub>) \* (X̄<sub>j</sub>/Ȳ)  
  Chiziqli regressiya uchun: E<sub>j</sub> = b<sub>j</sub> \* (X̄<sub>j</sub>/Ȳ)  
  Darajali regressiya Y = AX<sub>1</sub><sup>b1</sup>X<sub>2</sub><sup>b2</sup>... uchun b<sub>j</sub> koeffitsiyentlarining o'zi elastiklik koeffitsiyentlari bo'ladi.

**55. Dispersion tahlil. Dispersion tahlilda masalaning qo‘yilishi va mazmuni.**

* **Dispersion tahlil (Analysis of Variance - ANOVA):**  
  Bir yoki bir nechta faktor (sifat yoki miqdoriy, lekin kategoriyalarga ajratilgan) ta'sirida natijaviy miqdoriy o'zgaruvchining o'rtacha qiymatlari orasida statistik ahamiyatli farq bor-yo'qligini tekshirish uchun ishlatiladigan statistik usullar majmuasi. Asosida umumiy dispersiyani faktorlar ta'siridagi dispersiya va tasodifiy (qoldiq) dispersiyaga ajratish yotadi.
* **Masalaning qo‘yilishi va mazmuni:**  
  Aytaylik, biror faktor A ning k ta darajasi (yoki guruhi) mavjud. Har bir daraja uchun natijaviy Y o'zgaruvchining o'lchovlari olingan. Maqsad – A faktorining Y o'zgaruvchiga ta'sirini aniqlash, ya'ni turli darajalardagi Y ning o'rtacha qiymatlari (μ<sub>1</sub>, μ<sub>2</sub>, ..., μ<sub>k</sub>) bir-biridan farq qiladimi yoki yo'qmi.  
  H<sub>0</sub>: μ<sub>1</sub> = μ<sub>2</sub> = ... = μ<sub>k</sub> (faktor ta'sir qilmaydi, barcha guruh o'rtachalari teng)  
  H<sub>1</sub>: Kamida ikkita μ<sub>i</sub> va μ<sub>j</sub> bir-biridan farq qiladi (faktor ta'sir qiladi).  
  Tahlil dispersiyalarni (kvadratlar yig'indilarini) taqqoslash va F-kriteriysini qo'llash orqali amalga oshiriladi.

**56. Bir faktorli va ko‘p faktorli dispersion tahlil modellari. Dispersion tahlil sxemalari.**

* **Bir faktorli dispersion tahlil modeli:**  
  Faqat bitta faktorning natijaviy o'zgaruvchiga ta'siri o'rganiladi.  
  Model: Y<sub>ij</sub> = μ + α<sub>i</sub> + ε<sub>ij</sub>  
  Bu yerda:
  + Y<sub>ij</sub> – i-chi faktor darajasidagi j-chi kuzatuv qiymati
  + μ – umumiy o'rtacha qiymat
  + α<sub>i</sub> – i-chi faktor darajasining ta'siri (effekti), Σα<sub>i</sub> = 0
  + ε<sub>ij</sub> – tasodifiy xatolik, ε<sub>ij</sub> ~ N(0, σ²) va bog'liqsiz.  
    Kvadratlar yig'indilari:  
    SS<sub>Total</sub> = ΣΣ(Y<sub>ij</sub> - Ȳ..)² (Umumiy)  
    SS<sub>Factor</sub> = Σn<sub>i</sub>(Ȳ<sub>i.</sub> - Ȳ..)² (Faktorlararo)  
    SS<sub>Error</sub> = ΣΣ(Y<sub>ij</sub> - Ȳ<sub>i.</sub>)² (Faktorlar ichidagi yoki qoldiq)  
    SS<sub>Total</sub> = SS<sub>Factor</sub> + SS<sub>Error</sub>  
    Statistika: F = (MS<sub>Factor</sub>) / (MS<sub>Error</sub>) = [SS<sub>Factor</sub>/(k-1)] / [SS<sub>Error</sub>/(N-k)]  
    Bu F-taqsimotga (k-1, N-k) erkinlik darajalari bilan bo'ysunadi.
* **Ko‘p faktorli dispersion tahlil modellari:**  
  Ikki yoki undan ortiq faktorlarning va ularning o'zaro ta'sirining (interaction) natijaviy o'zgaruvchiga ta'siri o'rganiladi.  
  Masalan, ikki faktorli model (o'zaro ta'sirsiz):  
  Y<sub>ijk</sub> = μ + α<sub>i</sub> + β<sub>j</sub> + ε<sub>ijk</sub>  
  Ikki faktorli model (o'zaro ta'sir bilan):  
  Y<sub>ijk</sub> = μ + α<sub>i</sub> + β<sub>j</sub> + (αβ)<sub>ij</sub> + ε<sub>ijk</sub>  
  Bu yerda (αβ)<sub>ij</sub> – A va B faktorlarning o'zaro ta'siri.  
  Har bir faktor va o'zaro ta'sirlar uchun alohida F-kriteriylar hisoblanadi.
* **Dispersion tahlil sxemalari:**  
  Qaysi faktorlar o'rganilayotgani, ularning darajalari qanday tanlangani (qattiq yoki tasodifiy effektlar) va kuzatuvlar qanday o'tkazilganiga (masalan, har bir "katakchada" bir xil yoki har xil sondagi kuzatuvlar) bog'liq. Masalan:
  + To'liq tasodifiylashtirilgan sxema (bir faktorli ANOVA)
  + Tasodifiylashtirilgan bloklar sxemasi
  + Lotin kvadratlari sxemasi
  + Faktorial eksperimentlar sxemasi (ko'p faktorli ANOVA)

Umid qilamanki, bu keng qamrovli javob sizga yordam beradi! Har bir mavzu o'z navbatida yana chuqurroq o'rganilishi mumkin bo'lgan katta sohadir.